

文章编号 1004-924X(2009)08-1890-06

BP 神经网络在多位置捷联寻北系统中的应用

沈铨武¹, 王志乾¹, 刘 畅¹, 孙志远¹, 李建荣^{1,2}

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

2. 中国科学院 研究生院, 北京 100039)

摘要: 为了精确拟合多位置捷联寻北系统采集的数据曲线, 计算陀螺初始位置和真北方向的夹角, 介绍了多位置捷联寻北系统的工作原理, 推导了寻北测量的数学模型, 并分析了影响测量精度的因素。分别采用最小二乘法和 BP 神经网络法, 对两种方法的拟合精度和最终计算得到的寻北结果进行了比较。实验结果表明: 与最小二乘法相比, BP 神经网络拟合精度较高, 拟合残差和较小, 达到 $0.23 \mu\text{V}$, 残差的均方差达到 1.3 mV ; 在计算相位角时, 多次寻北结果的均值基本一致, 但均方差明显优于最小二乘法, 达到 $8''$, 满足寻北系统对数据拟合精度的要求。

关键词: 捷联寻北; 曲线拟合; BP 神经网络

中图分类号: V241.5; TP183 **文献标识码:** A

Application of BP neural network to multi-position strap-down north seeking system

SHEN Cheng-wu¹, WANG Zhi-qian¹, LIU Chang¹, SUN Zhi-yuan¹, LI Jian-rong^{1,2}

(1. *Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,*

Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033;

2. *Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039*)

Abstract: With the aim to fit the sin wave curve of a strap-down north seeking system and to calculate the angle between the start position and the real north accurately, the principles of the system are introduced, and the factors influencing the measuring precision are analyzed. Then, the least square method and the Back-Propagation(BP) neural network are adopted to fit curves separately. Experimental results indicate that the BP method is preciser than the least square method, for its error sum is $0.23 \mu\text{V}$ and the squared error of residual error is 1.3 mV . Moreover, for phase angle measurement, both methods can get the same average values in six measurements, but the squared error of BP neural network is $8''$, which is more accurate than that of the least square method. These results show that the proposed BP method can satisfy the precision requirements of curve-fitting north seeking systems.

Key words: strap-down north seeking; curve-fitting; Back-Propagation(BP) neural network

1 引 言

在很多军事领域和工程测量中,都存在着自主定向定位问题。随着近代工业机械化、自动化程度的提高,对测量的效率和精度都提出了很高的要求。因此,定向系统的精度、效率、可靠性、自主无依托的能力^[1]必须进一步改善。

陀螺寻北仪依靠惯性元件敏感地球自转角速率水平分量的特性来完成寻北,可以精确地测量地面或矿井下巷道或隧道任意测点的真子午线位置,从而确定任意测线的坐标方位角,是工程测量及导弹瞄准中用以定向和确定方位角的主要仪器^[2,5]。

自 1908 年陀螺罗盘研制成功以来,提高测量精度,缩短测量时间,简化仪器结构成为陀螺罗盘工作者的主要目的。目前的寻北系统主要采用气浮速率陀螺、动力调谐陀螺、环形激光陀螺、光纤陀螺以及静电陀螺等作为敏感器件。相关方面的研究主要集中在三个方面:一是从定向方法的完善及改进方面进行研究;二是从自动控制、自动数据采集和处理角度进行研究;三是从力学角度和结构进行研究^[3-4]。

陀螺寻北仪中精度较高的是摆式陀螺寻北仪,但摆式陀螺寻北仪的寻北时间相对比较长,一般在 15 min 以上,且精度容易受外部干扰影响,在测量的速度与精度上存在着一定的矛盾,严重制约其大量应用。在工程实际中,其测量精度还会因测量环境的变化而有所降低,有时甚至会变化到 1' 以上。随着惯性技术的发展,捷联式陀螺寻北仪以其快速、高可靠性、无需外界提供地理位置信息和简单的结构成为发展的主流趋势。捷联式寻北系统采用的工作方式主要有二位置法、四位置法和多位置法等,其中多位置法以其自主性高成为研究热点。目前,美国空军所采用的惯导设备几乎全部是捷联式。但是由于相关技术的封锁,我国在该领域的技术水平明显落后于发达国家^[5-6]。

对于多位置捷联式寻北系统,测量数据的曲线拟合精度直接影响系统的总体精度。本文主要介绍多位置捷联式寻北系统工作原理和数据曲线拟合方法,在曲线拟合处理中分别使用了最小二乘法和 BP 神经网络方法,并进行了对比。

2 多位置寻北的原理

多位置捷联寻北系统主要由精密机械位置转台及其转位控制系统、惯性测量系统、数据采集与处理系统等组成,系统寻北工作过程如图 1 所示。

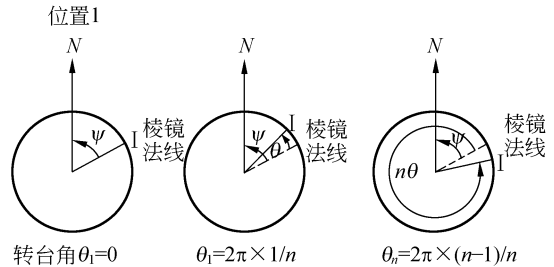


图 1 多位置捷联寻北原理

Fig. 1 Diagram of north seeking system

将动调陀螺垂直安装在转台上,其敏感轴与台面平行,用于感应地球自转角速度,控制转台从起始位置逆时针旋转、停顿、旋转、停顿、……,一周内转台间隔停顿 n 个转角位置,在每个转角位置静止时采集陀螺信号。

设转台初始位置时陀螺敏感轴与真北夹角为 ψ (假设陀螺敏感轴与寻北仪棱镜法线方向一致)。在一周内,转台 n 个转角位置 $\theta_i = (i-1) \times 2\pi/n$, $i=1, 2, \dots, n$ 上,陀螺输出的数学模型为:

$$y_i = R + \omega_N \cos(\theta_i - \psi) + w_i, \quad (1)$$

式中, y_i 为陀螺输出, R 为陀螺常值漂移, w_i 为陀螺测量噪声, ω_N 为地球自转角速率的北向分量,则可得到多位置捷联寻北的原理曲线如图 2 所示,图 2 中峰值对应相位值为寻北仪棱镜法线与真北夹角。

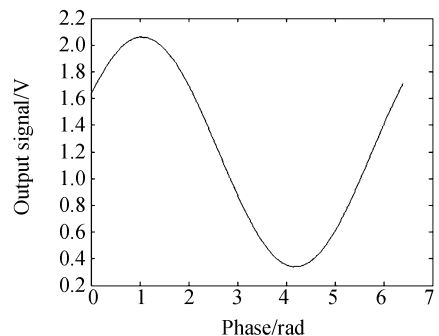


图 2 多位置捷联寻北原理曲线

Fig. 2 Principle curve of north seeking system

通过交流放大器滤掉 R, ω_i 常量, 则公式(1)

可简化为:

$$y_i = a \cos \theta_i + b \sin \theta_i, \quad (2)$$

其中 $a = \omega_N \cos \phi, b = \omega_N \sin \phi$.

通过最小二乘估计得:

$$\hat{a} = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n y_i \cos \theta_i, \quad (3)$$

$$\hat{b} = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n y_i \sin \theta_i. \quad (4)$$

当测量噪声为白噪声时, $\{\omega_i\}$ 均值为 0, 方差为 $\sigma_w^2, \hat{a}, \hat{b}$ 均为无偏估计, 即:

$$E(\hat{a}) = a, E(\hat{b}) = b, \quad (5)$$

其方差为:

$$V[\hat{a}] = V[\hat{b}] = \frac{2}{n} \sigma_w^2. \quad (6)$$

设真实方位角及其估计值为:

$$\phi = \arctan \frac{b}{a}, \quad (7)$$

$$\hat{\phi} = \arctan \frac{\hat{b}}{\hat{a}}. \quad (8)$$

令 $\Delta\Psi = \hat{\Psi} - \Psi, \Delta a = \hat{a} - a, \Delta b = \hat{b} - b$, 当 $\Delta\Psi$ 很小时, 则可认为:

$$\Delta\Psi = \frac{a\Delta b - b\Delta a}{a^2 + b^2}, \quad (9)$$

$$E[\Delta\Psi] = \frac{aE[\Delta b] - bE[\Delta a]}{a^2 + b^2} = 0, \quad (10)$$

即 $E[\hat{\Psi}] = \Psi$. 方差为:

$$V[\hat{\Psi}] = V[\Delta\Psi] = \frac{1}{a^2 + b^2} V[\hat{a}] = \frac{1}{a^2 + b^2} V[\hat{b}] = \frac{2\sigma_w^2}{n\omega_N^2}. \quad (11)$$

即:

$$\sigma_{\hat{\Psi}} = \sqrt{\frac{2}{n} \frac{\sigma_w}{\omega_N}}. \quad (12)$$

从公式(12)可以看出单点陀螺精度越高, 寻北位置数越多, 寻北精度越高^[7].

在具体实施过程中, 采用在一周范围内间隔停顿 90 个位置, 即相邻两个位置间隔 4° , 每一位置总时间为 3 s, 其中转位时间 ≤ 0.2 s, 停顿时间包括陀螺稳定时间和采集陀螺数据时间, 陀螺稳定时间 > 2.5 s, 最后用 0.5 s 采集陀螺数据, 一次寻北总时间为 4.5 min.

3 BP 神经网络

人工神经网络是在心理学家 McCulloch 和数学家 Pitts 于 1943 年提出的神经元生物学模型基础上发展起来的模拟人脑生物过程的人工智能技术, 它采用物理上可实现的器件或采用计算机

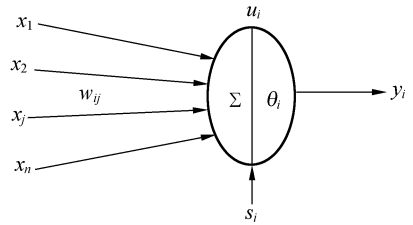


图 3 神经元结构

Fig. 3 Structure of nerve cell

来模拟生物体中神经网络的某些结构和功能。人工神经网络由大量的、同时也是很简单的神经元广泛互连形成复杂的非线性系统, 神经元一般表现为一个多输入、单输出的非线性器件^[9-10], 其结构模型如图 3 所示, 其数学模型如式(13)所示。

$$\begin{cases} \tau \frac{du_i}{dt} = -u_i(t) + \sum w_{ij} x_j(t) - \theta_i, \\ y_i(t) = f[u_i(t)] \end{cases}, \quad (13)$$

其中, u_i 为神经元 i 的内部状态, θ_i 为阈值, x_j 为输入信号, w_{ij} 表示 x_j 与神经元连接的权值, s_i 表示某一外部输入的控制信号。

神经元的输出模型常用一阶微分方程来模拟生物神经网络突触膜电位随时间的变化规律, 其输出由函数 f 表示。 s 函数反映了神经元的饱和特性, 且函数连续可导, 调节曲线的参数可以得到类似阈值函数的功能, 因此, 其广泛应用于许多神经元的输出特性中。

BP 神经网络(Back-Propagation Neural Network)是人工神经网络的重要互联模式之一。BP 神经网络结构如图 4 所示, 包括输入层、中间层(也称为隐层, 可以由若干层组成)和输出层。上下层之间实现全连接, 而每层神经元之间无连接, 是一种具有三层或三层以上的神经网络, 它利用非线性可微分函数进行权值训练, 具有自学习、自组织、自适应能力, 在函数逼近、模式识别、信息分

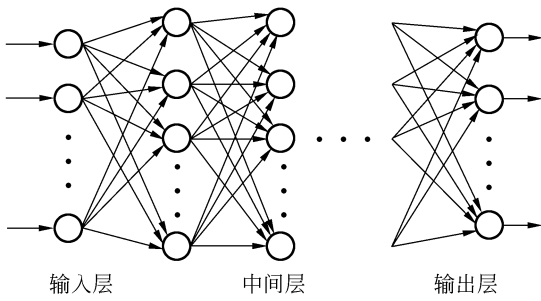


图 4 BP 神经网络结构

Fig. 4 Structure of BP neural network

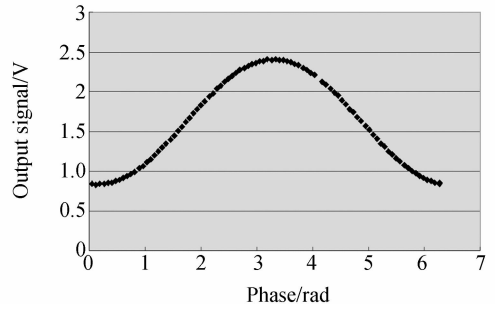


图 5 系统采集原始数据曲线

Fig. 5 Curve draft by system original data

类及数据压缩等领域得到了广泛的应用。

当一对学习样本提供给网络后,神经元的激活值从输入层经过中间层向输出层传播,在输出层的各神经元获得网络的输入响应。接下来,按照减小目标输出与实际误差的方向,从输出层经过各中间层逐步修正各连接权值 w_{ij} ,最后回到输入层。这种算法称为“误差逆传播算法”,即 BP 算法。随着这种误差逆的传播修正不断进行,网络对模式响应的正确率也不断上升。神经网络的训练过程如下所示:

```

While  $d \geq \epsilon$  do
   $d=0$ ;
  for 每个样本  $(X, Y)$  do
    输入  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ;
    求  $O = F(XW)$ ;
    for  $i=1$  to  $n, j=1$  to  $m$  do /* 修改权矩阵  $W * /$ 
       $w_{ij} = w_{ij} + \alpha(y_j - o_j)x_i$ ;
    for  $j = 1$  to  $m$  do /* 求累积误差 */
       $d = d + (y_j - o_j)^2$ ;

```

其中, ϵ 为精度控制参数, α 为学习率, d 为精度控制变量; 权矩阵 W 初始值取小随机数。

理论上, 当隐层神经元数目足够多时, 可以以任意精度逼近任何一个具有有限间断点的非线性函数^[8-10]。

4 实验数据处理

对寻北仪一次寻北过程中的 90 个位置点进行数据采样处理, 采样数据如图 5 所示, 其中横坐标为编码器值, 每个单位代表 $2.8125''$, 纵坐标代表陀螺采样数据, 以伏特为单位。

下面分别通过最小二乘法 and BP 神经网络法对上述实验数据进行曲线拟合, 拟合过程中将采集的编码器数据设定为自变量, 将采集的陀螺数据作为变量。

首先使用最小二乘法进行曲线拟合^[8], 得到的残差如图 6 所示, 横坐标代表位置点数, 纵坐标代表残差值, 拟合残差和为 1.8 mV, 残差的均方差为 2.1 mV。

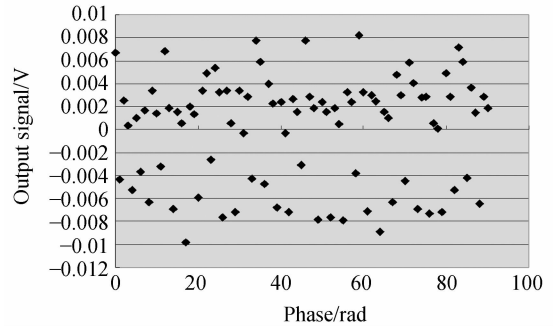


图 6 最小二乘拟合残差

Fig. 6 Residual error fitted by least square method

采用 BP 神经网络进行曲线拟合^[10,12], 所采用的网络结构为 $1 : N : 1$, N 代表中间层所采用的神经元数量, 第一层采用正切 S 型神经元, 第二层采用线型神经元, 训练次数为 2 000, 当 N 分别取不同值时拟合结果如表 1 所示。

表 1 不同神经元数拟合结果对比

神经元数量	3	5	8	10	20
残差和/mV	0.076	0.23	0.015	0.038	0.076
残差均方差/ μ V	6.2	1.3	2.1	1.8	1.3

当 $n=5$ 时,拟合后的残差数据如图 7 所示,横坐标代表位置点数,纵坐标代表残差值。

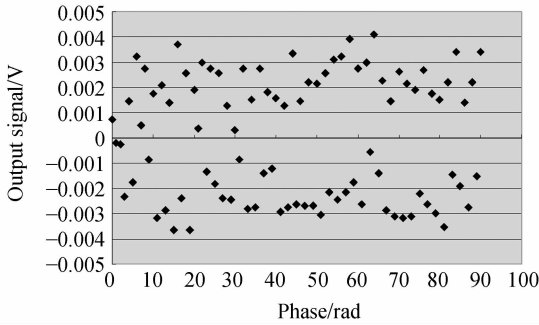


图 7 神经元数为 5 时, BP 神经网络拟合残差

Fig. 7 Residual errors fitted by BP neural network with 5 nerve cells

分别使用最小二乘和 BP 神经网络对同一位置的 6 次寻北数据进行曲线拟合,计算寻北仪棱镜与真北夹角, BP 神经网络采用 1 : 5 : 1 的网络结构。得到结果如表 2 所示(因篇幅所限,只列出分、秒部分,表中数据具有相同的度值, 194°) :

表 2 寻北结果对比

Tab. 2 Comparison of north seeking results

	1	2	3	4	5	6	σ
最小二乘	55'25"	54'43"	54'41"	55'17"	54'57"	55'24"	20"
神经网络	55'5	55'13"	54'59"	54'56"	55'8"	54'53"	8"

参考文献:

- [1] 林明春, 夏桂锁, 林玉池, 等. 电子罗盘在全自动智能陀螺寻北仪中的应用[J]. 光学 精密工程, 2007, 15(5): 719-723.
LIN M CH, XIA G S, LIN Y CH, *et al.*. Application of electronic compass to all automated intelligent gyroscope north finder [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007, 15(5): 719-723. (in Chinese)
- [2] 郭喜庆, 武克用. 新型陀螺经纬仪的研究与应用[J]. 光学 精密工程, 2001, 9(2): 182-185.
GUO X Q, WU K Y. New type gyro-theodolite and its applications[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2001, 9(2): 182-185. (in Chinese)
- [3] 陆元九. 惯性器件(上、下)[M]. 北京: 宇航出版社, 1990.
LU Y J. *Inertia Apparatus*[M]. Beijing: Navigation Press, 1990. (in Chinese)

5 结 论

本文介绍了多位置捷联寻北系统的工作原理,即通过转台调制,在一周的 90 个位置点处采集编码器和陀螺数据,通过曲线拟合计算北向与初始位置夹角。

通过对实验测得的一组数据分别用最小二乘和 BP 神经网络进行拟合,发现使用 BP 神经网络法拟合,其残差和优于最小二乘法,即 BP 神经网络拟合曲线更真实反映了测量数据的分布特征。虽然 BP 神经网络遵循神经元数目越多,拟合结果越精确的规律,但是,对于具体的工程应用来说,应该根据实际需要,在一定的范围内进行适当的选择。

在对寻北数据进行相位解算时发现,采用 BP 神经网络比最小二乘法的计算结果精密度高,同一位置多次寻北的均值基本一致,但均方差明显优于最小二乘法,达到 $8''(1\sigma)$ 。

综合衡量,应用 BP 神经网络进行多位置捷联寻北系统的数据拟合,拟合精度较高,能够满足寻北系统对数据拟合精度的要求。

- [4] 郭富强. 再论惯导平台中的振动诱导漂移[J]. 中国惯性技术学报, 1997, 5(4): 19-23.
GUO F Q. On vibration-induced drift of inertial platform once again[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 1997, 5(4): 19-23. (in Chinese)
- [5] 王绩, 申功勋. 摆式陀螺寻北仪的积分测量方法[J]. 光学 精密工程, 2007, 15(5): 746-752.
WANG ZH, SHEN G X. Investigation on integral method of pendulous gyroscope[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007, 15(5): 746-752. (in Chinese)
- [6] 夏桂锁, 周晶晶, 林玉池, 等. 陀螺仪灵敏部自动升降的控制[J]. 光学 精密工程, 2007, 15(7): 1064-1069.
XIA G S, ZHOU J J, LIN Y CH, *et al.*. Control for automatic rising-lowering of gyroscope[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007, 15(7): 1064-1069. (in Chinese)
- [7] 张葆. 陀螺经纬仪精度分析[J]. 光学 精密工程,

1994,2(6):59-66.

ZHANG B. Accuracy analysis for the gyrotheodolite[J]. *Opt. Precision Eng.*, 1994,2(6):59-66. (in Chinese)

- [8] 梁志国,张大治,孙璟宇,等. 四参数正弦波曲线拟合的快速算法[J]. 计测技术,2006,26(1):4-7.

LIANG ZH G, ZHANG D ZH, SUN J Y, *et al.*. A fast arithmetic method of four-parameter sine wave curve-fit[J]. *Journal of Calculate and Measure Technology*, 2006,26(1):19-23. (in Chinese)

- [9] MAGRAB E B 等. MATLAB 原理与工程应用 [M]. 北京:电子工业出版社,2002:438-441.

MAGRAB E B, *et al.*. *Theory and Applications of MATLAB*[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2002:438-441. (in Chinese)

- [10] 飞思科技产品研发中心. 神经网络理论与 MATLAB7 实现[M]. 北京:电子工业出版社,2006:99-108

Development Center of Fecit. *Theory of Neural Network and MATLAB7 Applications*[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2006:99-108. (in Chinese)

- [11] 桂现才. BP神经网络在 MATLAB上的实现与应用[J]. 湛江师范学院学报,2004,25(3):79-83.

GUI X C. Realization of BP networks and their applications on MATLAB [J]. *Journal of Zhangjiang Normal College*, 2004,25(3):79-83. (in Chinese)

- [12] 包健,赵建勇,周华英. 基于 BP 网络曲线拟合方法的研究[J]. 计算机工程与设计,2005,26(7):1840-1841.

BAO J, ZHAO J Y, ZHOU H Y. Study on method of curve simulation based on BP network [J]. *Computer Engineering and Design*, 2005,26(7):1840-1841. (in Chinese)

作者简介:



沈铖武(1978—),男,吉林松原人,助理研究员,2002年于吉林大学获得学士学位,2006年于中科院长春光学精密机械与物理研究所获得硕士学位,主要从事惯性测量、数据处理等方面的研究。E-mail: chengwushen@163.com



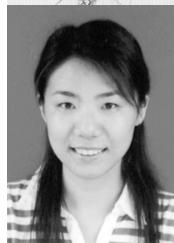
孙志远(1982—),男,辽宁沈阳人,博士,助理研究员,2003年于东北大学获得学士学位,2008年于中科院长春光学精密机械与物理研究所获得博士学位,主要从事光电测量等方面的研究。E-mail: zhiyuansun1982@tom.com



王志乾(1969—),男,吉林人,博士,副研究员,1991年于长春工业大学获得学士学位,2009年于吉林大学获得博士学位,主要从事自动控制、数据处理等方面的研究。E-mail: zhiqian_wang@sina.com



李建荣(1980—),男,陕西榆林人,研究实习员,2004年于吉林大学获得学士学位,现为中科院长春光学精密机械与物理研究所博士研究生,主要从事自动控制等方面的研究。E-mail: lijianrong_1997@sohu.com



刘畅(1980—),女,吉林长春人,研究实习员,2004年于吉林大学获得学士学位,2009年于中科院长春光学精密机械与物理研究所获得硕士学位,主要从事自动控制等方面的研究。E-mail: small_liu_1230@163.com